

4. PLANOVI PRIJEMA

4.1. PRIJEM UZORKOVANJEM

Planovi prijema predstavljaju najveću oblast primene statističke kontrole kvaliteta. Koriste se u prijemnoj kontroli, u medjufaznoj kontroli proizvodjača i u završnoj kontroli pre isporuke potrošaču. Metodi planova prijema sadrže planove koji se baziraju na uzorkovanju i pomoću njih se ocenjuje nivo kvaliteta cele serije proizvoda. Na osnovu tako izvedene ocene, serija se prihvata ili odbija.

Planovi prijema se koriste u sledećim slučajevima:

- Kada su troškovi kontrole vrlo visoki, a gubitak nastao propuštanjem loših delova nije veliki.

U nekim slučajevima čak, najjeftiniji plan kontrole je, izostanak kontrole uopšte.

- Kada je 100% kontrola zamorna, pa je propuštanje loših delova čak veće nego što je to slučaj kod korišćenja planova prijema.
- Kada se delovi ispituju razaranjem. U ovim slučajevima primena planova prijema je obavezna.

4. PLANOVI PRIJEMA

Planovi prijema mogu se podeliti prema karakteristici kvaliteta koju ispituju na:

1. Planove prijema za atributivne karakteristike kvaliteta
2. Planove prijema za numeričke karakteristike kvaliteta.

Planovi prijema za atributivne karakteristike su jednostavniji i daleko više u upotrebi.

Prema broju uzoraka koji se koriste, planovi mogu biti jednostruki, dvostruki , sekvensijalni i višestruki.

Prema principu koji se primenjuje kod uzorkovanja, planovi prijema mogu biti:

- Planovi prijema od skupine do skupine (Lot by Lot Inspection) i
- Planovi neprekidne kontrole (Continuous Sampling Plan).

Prvi slučaj se češće koristi. Sastoji se u kontrolisanju svake pojedinačne skupine (Lot), za koju se odlučuje da li će biti prihvaćena ili odbačena.

4. PLANOVI PRIJEMA

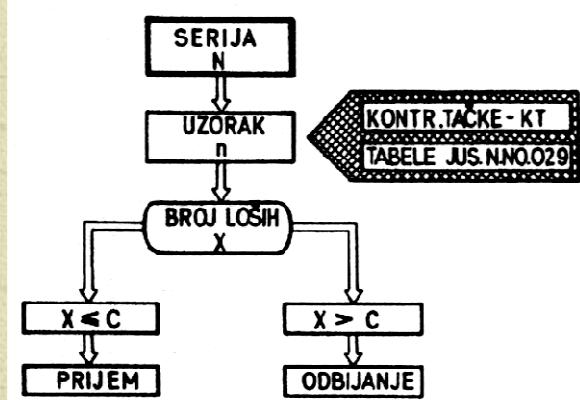
4.2. PLANOVI PRIJEMA POMOĆU ATRIBUTA. JEDNOSTRUKI LANOVNI

4.2.1. POSTUPAK KONTROLE

Jednostruki planovi za atributivne karakteristike kvaliteta određuju veličinu uzorka koji treba koristiti i broj loših delova koji sme uzorak da sadrži, da bi se skupina prihvatile. Pošto se za celu skupinu izvlači samo jedan uzorak, on je dosta veliki (zavisi od veličine skupa N i od zahtevanog nivoa kvaliteta). Međutim, planovi su jednostavniji, pa su isti u upotrebi.

Postupak kontrole kod upotrebe jednostrukih planova prijema prikazan je grafički na slici, na sledećem slajdu.

4. PLANOVI PRIJEMA



Tabele za planove prijema, za veličinu serije (N) i za dogovoren procent škarta, daju veličinu uzorka (n) i granični (dozvoljeni) broj loših (c). Veličina (X) predstavlja stvarno dobijeni broj loših u uzorku. Planovi prijema su, znači, pogodno odabrane kombinacije veličine uzorka (n) i dozvoljenog broja loših (c), odnosno, preuzimanje po jednostrukom planu prijema je testiranje hipoteze:

4. PLANOVI PRIJEMA

$$H_0 : p \leq p_o$$

Pri tome je za: p_o - granični procenat škarta u skupini, razradjen postupak: prihvati hipotezu H_0 , ako je broj loših u uzorku $x \leq c$; odbaciti hipotezu H_0 , ako je broj loših jedinica u uzorku $x > c$.

Mogućnost koju daje plan prljema kod razvrstavanja serija na one koje se prihvataju i one koje se odbijaju, najbolje se može pratiti preko operativne krive (Operating Curve) ili OC-krive.

4. PLANOVI PRIJEMA

4.2.2. KONSTRUKCIJA OC- KRIVE

Kod preuzimanja serija pomoću planova prijema postoji uvek rizik da će se prihvati loša serija, a odbiti dobra. Učestanost pravljenja ovakvih pogrešnih odluka zavist od kvaliteta serije koja dolazi na pregled i od karakteristika korišćenog plana prijema. Pri tome OC-kriva, ili kriva delovanja, predstavlja osnovnu karakteristiku svakog plana prijema i preko nje se može pratiti efekat kontrole prijema skupina, odnosno, verovatnoća prijema skupine P_a , za različite procente škarta.

Planovi prijema koriste sledeće distribucije verovatnoće:

- Binomnu distribuciju
- Poisson-ovu distnbuciju i
- Hipergeometnsku distribuciju.

4. PLANOVI PRIJEMA

Binomni raspored se koristi ako su skupine velike i ako je isporučac stalan. U tom slučaju kupac je zainteresovan za kvalitet serija kod dugoročne isporuke. Ova operativna kriva se zove još i OC-kriva Tip B. U ovom slučaju verovatnoća prijema iznosi:

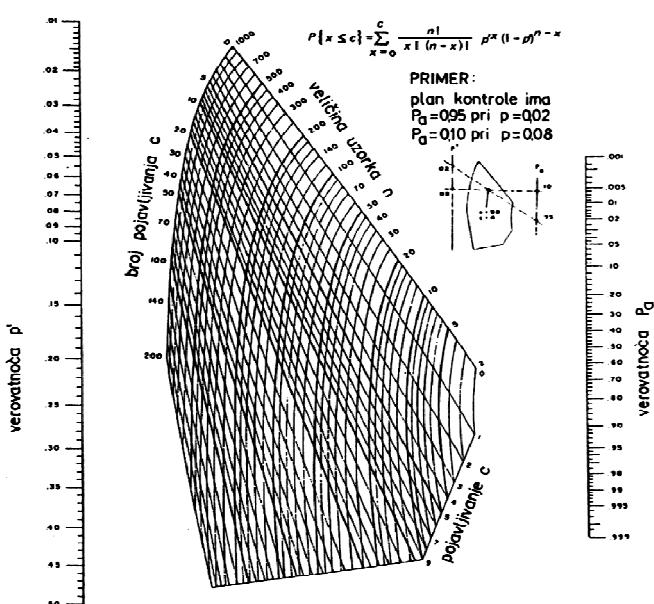
$$P_a = \sum_{x=0}^c P(p; n; x) \quad \text{za } x = 0, 1, 2, \dots$$

Operativna kriva se može odrediti koristeći se binomnom distribucijom:

$$P(p; n; x) = \binom{n}{x} p^x \cdot q^{n-x}$$

ili aproksimativno upotrebo nomograma na koji je prikazan na sledećem slajdu

4. PLANOVI PRIJEMA



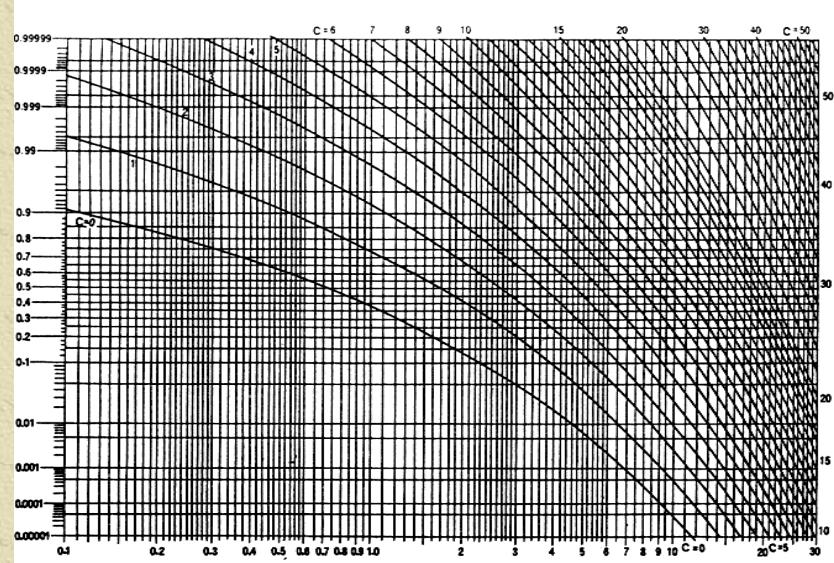
4. PLANOVI PRIJEMA

Ako su vrednosti za p male, koristi se Poisson-ova distribucija. Verovatnoća preuzimanja serije tada iznosi:

$$P_a = \sum_{x=0}^C \frac{(n \cdot p)^x}{x!} e^{-np}$$

OC-kriva može se konstruisati pomoću funkcije distribucije ili korišćenjem nomograma.

4. PLANOVI PRIJEMA



4. PLANOVI PRIJEMA

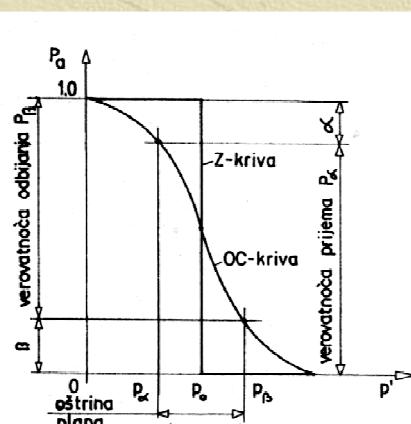
Hipergeometrijska distribucija koristi se kada želimo da odredimo verovatnoću prijema jedne jedine serije. Ovo se označava i kao OC-kriva Tip A. Potrošač je u ovom slučaju, koji preko OC-krive želi da vidi verovatnoću prijema serije, zainteresovan za kvalitet jedne izolovane serije koju kupuje, a ne prosečan kvalitet proizvoda koji bi mu isporučilac slao u dužem vremenskom periodu. Hipergeometrijska distribucija (za $M = pN$ - broj toših u seriji) data je izrazom:

$$P(p; n; N; x) = \frac{\binom{pN}{x} \cdot \binom{N-pN}{n-x}}{\binom{N}{n}} ; \quad x=0,1,2,\dots,n$$

Iz jednačine se vidi da OC-kriva Tip A zavisi od veličine serije N koja je podvrgnuta pregledu. Povećanjem veličine N , Tip A se približava OC-krivoj Tip B.

4. PLANOVI PRIJEMA

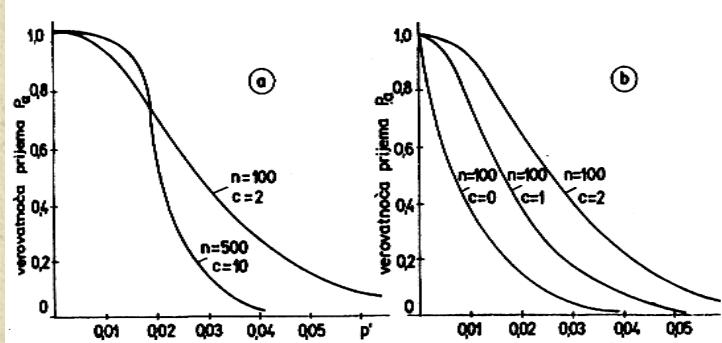
Plan prijema koji bi odvojio u potpunosti dobre serije od loših, imao bi Z-oblik (slika). Operativna kriva Z-oblika pokazuje da će sve skupine koje imaju proporciju loših $p \leq p_0$ (p_0 - dopuštena proporcija loših) biti primljena sa verovatnoćom 1, a skupine $p > p_0$ biti odbačene, jer je njihova verovatnoća prijema $P_a = 0$. Ovo je moguće samo kod 100% kontrole.



4. PLANOVI PRIJEMA

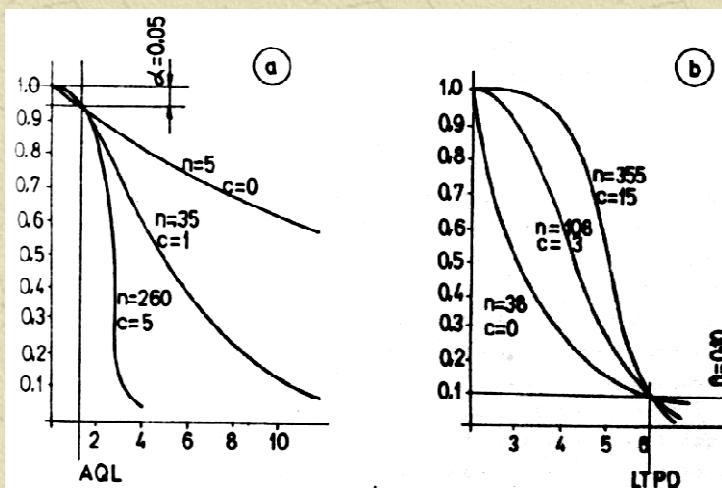
Povećanjem veličine uzorka, mi se približavamo, ustvari, operativnoj krivi Z oblika. Za velike skupine tendencija približavanja obliku Z sa povećanjem veličine uzorka n prikazana je na slici a). Najbolja veličina uzorka je ona, naravno, koja daje optimum između preciznosti kod preuzimanja i troškova kontrole.

Promenu OC-krive na $n=\text{const.}$ i različiti dozvoljeni broj loših u uzorku prikazuje slika b).



4. PLANOVI PRIJEMA

Promena OC-krive za $n \neq \text{const.}$ ali za isto AQL i α data je na slici a), a za isto LTPD i β na slici b).



4. PLANOVİ PRIJEMA

4.2.3. KARAKTERISTIKE PLANOVIA PRIJEMA

Efekat kontrole prijema serije uzorkovanjem, prikazan je OC-krivom. Iz krive se vidi verovatnoća prijema skupine za različite sadržaje proporcije loših. Tako se može dogoditi sa serije sa $p' < p_0$ budu odbačene, a sa $p' > p_0$ budu primljene, iako je verovatnoća da se to dogodi mala. Razmotrimo granični slučaj za skupinu $N = 1000$ kom., u kojoj se nalazi 994 dobrih i 6 loših. Veličina uzorka je $n=100$, a dozvoljeni broj loših $c=5$.

$$p_0 = \frac{c}{n} = 0,05$$

U uzorku se tada može desiti da se svih $x=6$ loših nadje u njemu, pa će serija biti odbijena, iako je u ovom slučaju $p' = 0,006$. Ovo je greška I vrste i zove se **rizik proizvodjača**, a obeležava se sa α .

4. PLANOVİ PRIJEMA

Razmotrimo sada drugi granični slučaj. U seriji od $N=1000$ kom. ima 95 dobrih i 905 loših. Ako se desi da u izvučenom uzorku $n=100$ bude svih 95 dobrih, a svega $x=5$ loših, serija će se primiti, jer je $c=5$. U ovom slučaju napravljena je greška II vrste. Ovo se zove rizik kupca i obeležava se sa β .

Ovo znači da proizvodjač ima interes da verovatnoća prijema dobrih serija bude velika, pa se plan prijema često karakteriše sa tačkom 0,95 ili 0,99. Ovo može biti označeno sa tačkama $p'_{0.95}$ ili $p'_{0.99}$. Sa druge strane, potrošač je zainteresovan da verovatnoća prijema loših serija bude mala, odnosno, interesuju ga tačke $p'_{0.10}$ ili $p'_{0.05}$, koje on definiše.

Za usvojene vrednosti α (obično $\alpha= 0.05$) i β (obično $\beta=0.10$) i odgovarajuće verovatnoće P_α i P_β , mogu se postaviti odnosi po kojima su odredjene veličine uzorka n i dozvoljeni broj loših u uzorku c , za slučaj korišćenja Poisson-ove distribucije kao modela za razvijanje sistema kontrole na osnovu planova prijema:

4. PLANOVİ PRIJEMA

$$1 - \alpha = \sum_{x=0}^C \frac{(n \cdot p_\alpha)^x}{x!} e^{-np_\alpha} \quad \beta = \sum_{x=0}^C \frac{(n \cdot p_\beta)^x}{x!} e^{-np_\beta}$$

odnosno, za hipergeometrijsku distribuciju:

$$1 - \alpha = \sum_{x=0}^C \frac{\binom{p\alpha N}{x} \cdot \binom{N-p\alpha N}{n-x}}{\binom{N}{x}} \quad \beta = \sum_{x=0}^C \frac{\binom{p\beta N}{x} \cdot \binom{N-p\beta N}{n-x}}{\binom{N}{x}}$$

Ako uporedimo pojedine planove prijema videćmo da se povećanjem uzorka uz određenu proporciju loših p_o , povećava oština plana, koja predstavlja razliku $p_\beta - p_\alpha$ i utoliko je oština veća ukoliko je ova razlika manja.

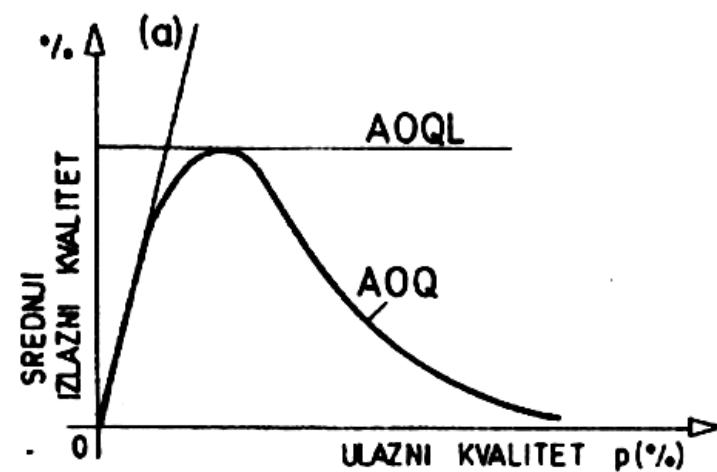
4. PLANOVİ PRIJEMA

4.2.4. PROSEČNI IZLAZNI NIVO KVALITETA

Veoma važna karakteristika plana prijema je vrednost maksimalnog prosečnog izlaznog škarta AOQL (eng. Average Outgoing Quality Limit). Kada se serije prihvataju (ili odbacuju) uzorkovanjem suksesivno, onda će prihvaćene serije sadržavati neki procenat škarta koji je ostao nakon pregleda i izbacivanja loših delova i zamene dobrim. Kod odbijene serije, međutim, pregledaće se kompletna količina i izvršiti sortiranje, a loši delovi će biti zamenjeni dobrim. Kompletna količina imaće sada neki prosečni izlazni kvalitet, zavisan od ulaznog kvaliteta i od plana prijema. Ako je ulazni nivo kvaliteta sa procentom škarta $p=o$, onda će i prosečni izlazni nivo škarta (zove se i prosečni izlazni nivo kvaliteta) biti ravan nuli. Sa porastom škarta na ulazu, porašće i prosečni izlazni nivo škarta, pa čemo za slučaj kontrole bez zamene loših delova dobrim imati pravu (a) (slika 4.7), dok će za slučaj sortiranja delova prosečni izlazni nivo škarta uvek biti manji od ulaznog nivoa škarta (engl. Average Outgoing Quality) (kriva AOQ). Izmedju rastućeg i opadajućeg toka krive nalazi se tačka maksimalnog prosečnog izlaznog nivoa škarta, a to je AOQL (Zove se i granični prosečni izlazni kvalitet). Kriva važi za određenu veličinu n i c.

4. PLANOVI PRIJEMA

Srednji izlazni kvalitet dobija se iz izraza $(1 - \frac{n}{N})p.P(p>n>c)$, gde OC-kriva predstavlja funkciju zavisnu od p,n i c.



4. PLANOVI PRIJEMA

4.2.5. KARAKTERISTIKE POJEDINIХ PLANОVA PRIJЕМА

Razmatranja vezana za operativnu krivu najčešće se vezuju za neke karakteristične tačke. Važnost za stvaranje sistema planova prijema pomoći uzorkovanja naročito imaju sledeće tačke:

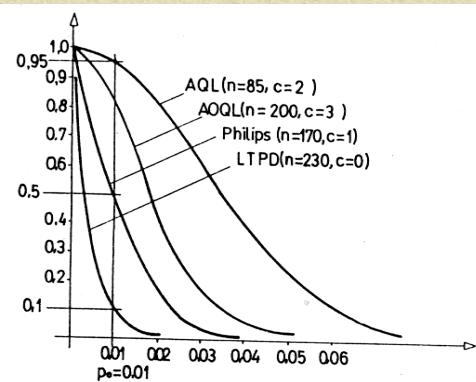
- AQL - Prihvatljivi nivo kvaliteta (Acceptable Quality Level) za koji je kvalitet skupine $P_\alpha = 0.95$.
- Tačka neutralnog nivoa kvaliteta, za $P_\alpha = 0.5$ (Point of indifference)
- LTPD - Dopustiva proporcija loših u skupini (Lot Tolerance Percent Defective).

Vrednost AOQL ne vezuje se za neku specifičnu tačku na OC-krivoj.

Na slici, na sledećem slajdu, grafički su prikazane razlike u kriterijumima pojedinih planova prijema koji su razmatrani preko OC-krive - razmatran je dozvoljeni postotak škarta po.

4. PLANOVI PRIJEMA

Tabele koje su do sada izdate i nalaze se u upotrebi baziraju na kriterijumima: (1) prema prihvatljivom nivou kvaliteta (AQL), (2) prema dopuštenoj proporciji loših komada u skupini (LTPD), (3) prema nezavisnom kvalitetu i (4) prema graničnom prosečnom izlaznom kvalitetu (AOQL). Pri tome su tabele razradjene tako da daju veličinu uzorka i dozvoljeni broj loših delova u uzorku c . Razmotrićemo osnovne karakteristike pojedinih planova prijema.



4. PLANOVI PRIJEMA

(1) Ovi planovi prijema se zasnivaju na vrednosti AQL za koji je verovatnoća prijema vrlo visoka i iznosi 0,95, odnosno, rizik proizvodjača je mali, $\alpha=0,05$. Oni štite proizvodjača od odbijanja dobrih serija. Karakteristike ovog plana su $p'=p_\alpha=AQL$ - nivo kvaliteta koji se prima, $P_\alpha = 0.95$ - verovatnoća prijema i $\alpha= 0.05$ - verovatnoća odbacivanja skupina. Ovaj sistem razradjen je u SAD i naziva se Military Standard (vojni standard), a označava sa MIL-STD-105 D (internacionalna oznaka ABC-STD-105, a jugoslovenska JUS N.NO.O29).

(2) Ova kategorija planova, za razliku od prethodne, koja štiti proizvodjača, vodi računa o potrošaču i štiti ga od prijema loših skupina. Razradjeni su tako da je granica izmedju dobrih i loših skupina dozvoljeni procenat loših u skupim (LTPD), verovatnoća prijema skupine sa $p'=p_\beta$ iznosi $P_\beta = \beta = 0,10$. Znači da je rizik potrošača mali i iznosi samo 10% da će primiti skupine koje imaju granični dozvoljeni procenat škarta, a za veće procente škarta ova verovatnoća je još manja. Karakteristike plana su p_β (LTPD) i β .

4. PLANOVI PRIJEMA

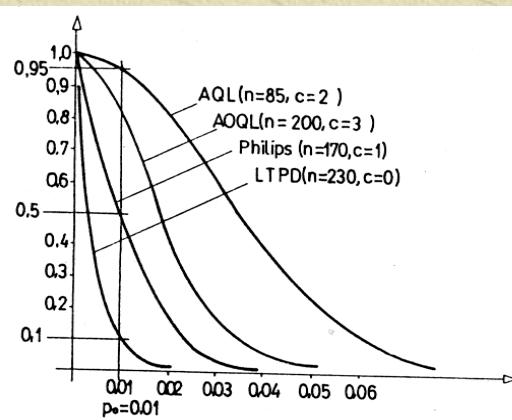
(3) Planovi zasnovani na verovatnoći prijema i odbijanja jednakim 0.5 su najjednostavniji i razradjeni su u Evropi u firmi "Philips". Kod ovih planova jednako su zaštićeni i kupac i prodavač, odnosno, rizik pogrešne ocene za oba učesnika je isti.

(4) Ovi planovi su razradjeni na bazi maksimalnog škarta izlaznog kvaliteta (AOQL) i koriste se kod kontrole većeg niza skupina. Kao što je objašnjeno, ova kriva se ne vezuje za jednu tačku. Vrlo dobar ulazni kvalitet daće dobar izlazni kvalitet, a vrlo loše skuplne će biti vraćene i odbacivanja loših elemenata u skupim i zamenom dobar izlazni kvalitet. Izmedju ova dva granična slučaja (vrlo dobre/vrlo loše skupine) postoji neki procenat loših proizvoda u ulaznim skupinama za koje će granica izlaznog kvaliteta (škarta) biti maksimalna i taj procenat škarta iznosi AOQL.

Razradjeni planovi prijema na osnovu LTPD i AOQL nazivaju se Dodge-Romig-ovi planovi prijema.

4. PLANOVI PRIJEMA

Ako uporedimo krive sa slike, vidimo da najveću verovatnoću prijema (za isti $p=0.01$) kod jednostrukog uzorkovanja ima plan sa AQL. Njime je dopušteno $c=2$ u uzorku od $n=85$, dok je najstrožiji plan LTPD koji ne dopušta nijedan loš komad u uzorku od $n=230$. Kriva koja predstavlja plan nezavisnog kvaliteta (sa $c=1$ i $n=170$) i AOQL ($c=3$, $n=200$) nalaze se izmedju ova dva ekstrema.



4. PLANOV PRIJEMA

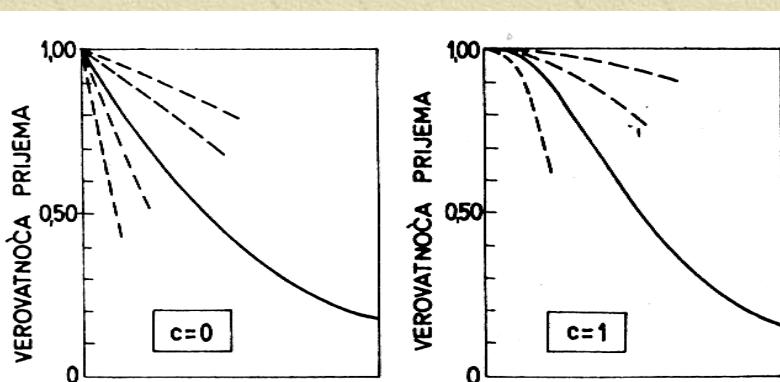
4.2.6. LANČANI PLAN PRIJEMA

U svim onim slučajevima kada je kontrola pomoću planova prijema jedino moguća, a to je slučaj ispitivanja sa razaranjem, ili kod vrlo skupih testova, moraju se koristiti planovi sa malim uzorcima. Dozvoljeni broj loših jedinica u uzorku je obično ravan nuli. OC-kriva kod ovih planova ima nešto drugačiji oblik u predelu malih vrednosti proporcije loših i velikih vrednosti verovatnoće prijema. Takva kriva pokazuje da i sa vrlo malim procentom škarta, verovanoća prijema naglo opada. Na sledećoj slici mogu se uporediti operativne krive za $c = 0$ i $c = 1$. Kod ovih planova, serija se prihvata ako u uzorku nema nijednog elementa čije karakteristike kvaliteta odstupaju od dokumentacije. Međutim, ako se dogodi da je samo jedan komad škart, a u prethodnih (i) isporuka nismo imati defektnih, onda će se serija primiti. OC-kriva će tada biti izražena preko izraza:

$$P_a = P(0, n) + P(1, n) \cdot [P(0, n)]^{(i)}$$

gde su $P(0, n)$ i $P(a, n)$ verovatnoće da će u izorku blti $c=0$, odnosno $c=1$.

4. PLANOV PRIJEMA

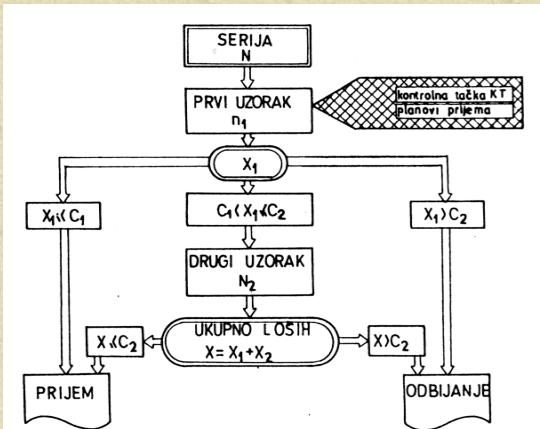


4. PLANOVI PRIJEMA

4.3. DVOSTRUJKI PLAN PRIJEMA

4.3.1. POSTUPAK KONTROLE

Šema dvostrukog plana prijema prikazana je na slici



4. PLANOVI PRIJEMA

Ukupan broj loših jedinica iz oba uzorka je $x = x_1 + x_2$, gde su x_1 -broj defekata u prvom uzorku, x_2 -broj defekata u drugom uzorku. Broj dozvoljenih loših jedinica u prvom uzorku je C_1 , a u drugom C_2 .

Prijem po dvostrukom planu uzorkovanja je ekonomičniji od jednostrukog plana za serije koje su dobre, pa se primaju posle prvog uzorka ($x_1 < c_1$), ili vrlo loše, pa se odmah odbiju ($x_1 > c_1$), jer je $n_1 < n$. Međutim, za slučaj $c_1 < x_1 < c_2$ imamo skuplju kontrolu, ali to su granični slučajevi.

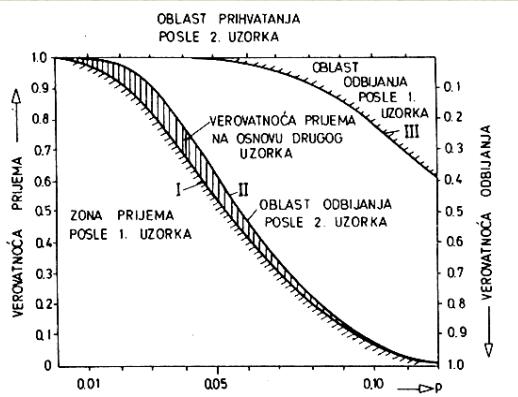
Kao što se vidi iz šeme, kod dvostrukog plana prijema imamo četiri mogućnosti:

- serija se prihvata posle prvog uzorka
- serija se odbija posle prvog uzorka
- serija se prihvata posle drugog uzorka
- serija se odbija posle drugog uzorka.

4. PLANOVI PRIJEMA

4.3.2. OC-KRIVA

Kao i kod jednostrukog plana prijema, dvostruki plan uzorkovanjem ima operativnu karakterističnu krivu koja daje verovatnoću prijema kao funkciju ulaznog kvaliteta. Dvostruki plan ima dodatne OC-krive koje pokazuju verovatnoću prijema za prvi uzorak i verovatnoću odbijanja za prvi uzorak. Glavne i dodatne OC-krine date su na slici



4. PLANOVI PRIJEMA

4.3.3. ASN-KRIVA KOD DVOSTRUKOG PLANA PRIJEMA

Pored glavne OC-krine i dveju pomoćnih, dvostruki plan ima i krivu "prosečne veličine uzorka" (ASN - Average Sample Number). Kod jednostrukog plana veličina uzorka je u toku celokupnog kontrolisanja svih serija konstantna, dok je kod dvostrukog varijabilna i zavisna od toga da li je potrebno izvući i drugi uzorak ili ne, pošto se već posle prvog uzorka serija može odbiti ili primiti. Sa kompletnom kontrolom na bazi mogućnosti korišćenja oba uzorka, **prosečna veličina uzorka** (ASN) je jednaka veličini prvog uzorka (n_1) multipliciranoj verovatnoćom da će se koristiti samo prvi uzorak, plus oba uzorka (n_1+n_2) pomnožena verovatnoćom da će drugi uzorak biti potreban:

$$ASN = n_1 P_1 + (n_1 + n_2)(1 - P_1) = n_1 + n_2(1 - P_1)$$

4. PLANOVI PRIJEMA

gde je:

P_1 - verovatnoća donošenja odluke posle prvog uzorka

Međutim, dešava se da skupine koje imaju $x > C_2$ i odbacuju se, podležu tzv. ograničenoj kontroli.

Kod jednostrukog plana, kontrolisanje skupine se nastavlja i u slučaju odbacivanja nekih, jer se želi uvid u kvalitet kompletne proizvodnje, dok se kod dvostrukog ide na izračunavanje ASN-krive za ograničenu kontrolu i onda analizira kvalitet isporuke. Izraz za izračunavanje ordinata je tada:

$$ASN = n_1 + \sum_{k=c_1+1}^{c_2} P_{(n_1;k)} \cdot \left[n_2 P''_{(n_2;c_2-k)} + \frac{c_2 - k + 1}{p} \right] P'_{(n_2+1;c_2-k+2)}$$

4. PLANOVI PRIJEMA

gde su:

- verovatnoća da će biti broj loših u prvom uzorku upravo C_1
- verovatnoća da će biti $x = C_2 - x_1$ ili više loših u drugom uzorku
- verovatnoća da će biti $x = C_2 - x_1 + 2$ ili manje loših jedinica u drugom uzorku

$$k = C_1 + 1, C_1 + 2, \dots, C_2$$

4. PLANOVNI PRIJEMA

4.3.4. SEKVENCIJALNI PLAN PRIJEMA

Dvostruki plan prijema je omogućio da se smanje ukupni troškovi i smanji rizik, kako proizvodjača tako i kupca, na bazi odlaganja odluke o prijemu, odnosno odbijanju serije (za slučaj kad je $C_1 < x_1 < C_2$), pa je ova ideja razradjena tako da se smanjenje troškova postiže još više korišćenjem sekvencijalnog plana prijema.

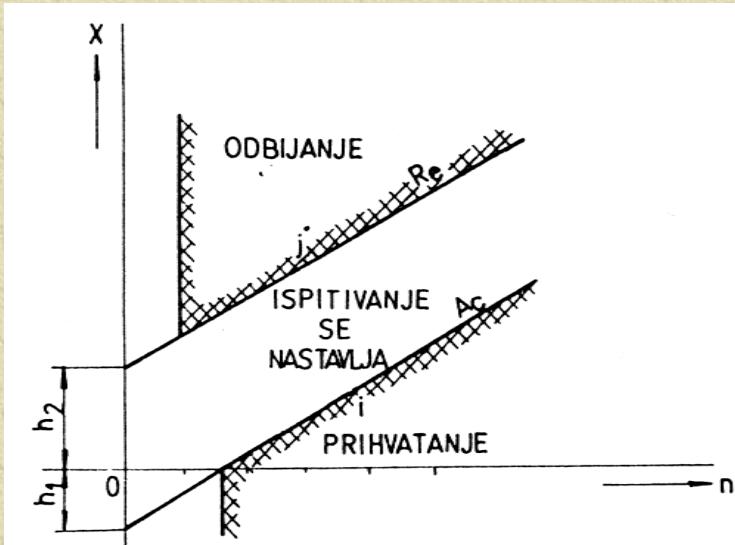
Sekvencijalni plan su razvili nezavisno više autora. Najpoznatiji je A. Wald sa Kolumbijskog Univerziteta u SAD i Q.A. Barnard iz Engleske koji su razvili jednoelementne planove prijema. Grupni sekvencijalni plan ili višeelementni sekvencijalni plan razvio je W. Bartky, na bazi izvlačenja grupa delova, kao uzorka od n , delova, s tim što se analize i odluke donose isto kao i kod jednoelementnog plana, kojim ćemo se nadalje baviti.

Sekvencijalni plan se zasniva na tome da se iz serije uskcesivno izvlače delovi elemenat po elemenat i ukoliko je dobar, dobija vrednost - plus, ukoliko je loš - minus. Ukoliko je u bilo kom momentu zbir iznad neke vrednosti primamo seriju, a ako je ispod neke postavljene vrednosti, seriju odbijamo i na taj način prekidamo proces kontrole. Ako se na osnovu ispitivanja delova ne može doneti odluka o prekidu kontrole, odluka se odlaže a ispitivanje nastavlja. Otuda i naziv ovog plana - plan u nastavcima (sequential - sledeći).

4. PLANOVNI PRIJEMA

Sekvencijalni plan koji je Wald razvio zasniva se na datoj vrednosti p_1 , p_2 , α i β , odnosno na "sekvencijalnom odnosu verovatnoća" (SOV). Ova procedura sastoji se u tome da se posle ispitivanja svakog dela iz serije izračuna kumulativna vrednost odnosa verovatnoća p_2/p_1 , što znači da se koriste rezultati svih delova izvučenih u toku ispitivanja do momenta kada se donosi odluka da li se serija prihvata, odbija ili se proces kontrole nastavlja. Ustvari, u praksi se ne mora računati uvek SOV, već se koristi karta u koju se samo kumulativni broj defektnih delova ucrtava, kako je prikazano na slici koja sledi. Za svaku tačku apscisa predstavlja ukupan broj jedinica izvučenih do tog momenta, a ordinata ukupan broj defektnih delova (dobijenih iz do tada izvučenih i ispitanih delova). Ako se ucrtane tačke nalaze unutar zone označene izmedju dve paralelne linije, proces kontrole se nastavlja, a odluka odlaže. Ako je tačka na liniji ili iznad gornje linije, serija se odbija, a ako je ispod donje linije, serija se prima.

4. PLANOVI PRIJEMA



4. PLANOVI PRIJEMA

Da bismo definisali linije prijema i odbijanja potrebno je izračunati sekvencijalni odnos verovatnoća (SOV), koji je dat izrazom:

$$SOV = \frac{p_2^x \cdot (1-p_2)^{n-x}}{p_1^x \cdot (1-p_1)^{n-x}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^x \cdot \left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)^{n-x}$$

gde su:

n - veličina kumulativnog uzorka

x - kumulativni broj defektnih jedinica.

Ako gornji izraz logaritmujemo, imaćemo:

$$\log SOV = X \cdot \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + (n-X) \cdot \log\left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right) = X \cdot \log\frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{(1-p_1)}{(1-p_2)} + n \cdot \log\left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)$$

4. PLANOVI PRIJEMA

Sekvencijalni plan se može sada razmatrati na sledeći način. Ako je SOV za kumulativnu vrednost uzorka n manji ili jednak nekoj određenoj veličini prijema (A_C), serija se prima. Ako je SOV veća ili jednaka veličini odbijanja R_e (R_e je veće od A), serija se odbija. Ako je izmedju tih dveju vrednosti, ispitivanje se nastavlja. Problem se svodi sada na iznalaženje veličina R_e i A_C koji će zadovoljiti početne zahteve koji su se postavili pred plan prijema. Ovo znači, da ukoliko je procenat loših $p=p_1$, **verovatnoća prijema** će biti $(1-\alpha)$, a ako je $p=p_2$, verovatnoća prijema biće β (rizik kupca), odnosno:

$$\beta \leq A_C(1-\alpha); \quad A_C \geq \frac{\beta}{1-\alpha}$$

Ako je, međutim, $p=p_2$, **verovatnoća odbijanja** je sada ravna $(1-\beta)$, a ako je $p=p_1$ verovatnoća odbijanja je α , pa imamo:

$$1-\beta \geq R_e \cdot \alpha \quad R_e \leq \frac{1-\beta}{\alpha}$$

4. PLANOVI PRIJEMA

U praksi se mogu umesto nejednakosti staviti da je $A_C=\beta/(1-\alpha)$ i $R_e=(1-\beta)/\alpha$, što daje malu grešku.

Tada imamo (ako stavimo $q=1-p$), da su granice SOV izražene jednačinama:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^x \cdot \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^{n-x} = R_e = \frac{1-\beta}{\alpha}$$

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^x \cdot \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^{n-x} = A_C = \frac{\beta}{1-\alpha}$$

Ako izrazimo X kao funkciju od n iz jednačina imaćemo:

$$X = -h_1 + s_n$$

$$X = h_2 + s_n$$

4. PLANOVI PRIJEMA

gde su:

$$h_1 = \frac{\log\left(\frac{1-\alpha}{\beta}\right)}{\log\left(\frac{p_2 \cdot q_2}{p_1 \cdot q_1}\right)}$$

$$h_2 = \frac{\log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{\log\left(\frac{p_2 \cdot q_1}{p_1 \cdot q_2}\right)}$$

$$s = \frac{\log\left(\frac{q_1}{q_2}\right)}{\log\left(\frac{p_2 \cdot q_1}{p_1 \cdot q_2}\right)}$$

4. PLANOVI PRIJEMA

4.3.4.1. KONSTRUKCIJA OC-KRIVE ZA SEKVENCIJALNI PLAN

OC-kriva će se konstruisati na osnovu definisanja tri tačke krive. Dve tačke krive, za verovatnoću prijema $(1-\alpha)$ u slučaju da je $p=p_1$ i za verovatnoću prijema β , kod proporcije loših $p=p_2$, zadate su već planom prijema. Veličina S , leži uvek izmedju p_1 i p_2 u tom slučaju, a verovatnoća prijema za proporciju loših ravnu S , iznosi $h_2/(h_1+h_2)$. Ovo daje treću tačku na sredini krive.

Ako želimo veći broj tačaka na OC-krivoj, dobijemo ih iz jednačina za proporciju loših (apscisa) i verovatnoću prijema (ordinata):

$$p = \frac{1 - \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^{\Theta}}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\Theta} - \left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)^{\Theta}}$$

$$p_a = \frac{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^{\Theta} - 1}{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^{\Theta} - \left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)^{\Theta}}$$

gde je Θ - pomoći parametar. Tako imamo za $\Theta=1$: $p = p_1$, za $\Theta=-1$: $p = p_2$ za $\Theta=0$; $p = S$.

4. PLANOVI PRIJEMA

4.2.4.2. ASN - KRIVA ZA SEKVENCIJALNI PLAN

Vrednost broja delova u uzorku koji se sukcesivno izvlače iz serije je nepoznat u početku, jer zavisi od nivoa kvaliteta serije p.

Tako imamo da je za $p=0$: $ASN=h_1/S$, za $p=1$: $ASN=h_2/(1-S)$. Ovo su dve ekstremne tačke na krivoj, koje predstavljaju minimum. Tačka maksimuma nalazi se, međutim, negde izmedju p_1 i p_2 .

$$\text{za } p=p_1 : ASN = \bar{n}_{p_1} = \frac{(1-\alpha)h_1 - \alpha h_2}{s - p_1}$$

$$p=p_2 : ASN = \bar{n}_{p_2} = \frac{(1-\beta)h_2 - \beta h_1}{p_2 - s}$$

$$p=S : ASN = \bar{n}_S = \frac{h_1 h_2}{s(1-s)}$$

4. PLANOVI PRIJEMA

Ovih pet tačaka su dovoljne za definisanje ASN-krive. međutim, ako se želi veći broj tačaka, može se koristiti izraz:

$$ASN = \frac{P_a \cdot \log\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right) + (1-P_a) \cdot \log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{p \cdot \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + (1-p) \cdot \log\left(\frac{q_2}{q_1}\right)}$$

4. PLANOVNI PRIJEMA

4.4. PLANOVNI PRIJEMA PO STANDARDU MIL-STD-105D

Ovi planovi prijema se zasnivaju na vrednosti prihvatljivog nivoa kvaliteta AQL, za koju je verovatnoća prijema visoka i iznosi oko 0.95, a procenat škarta p varira u uskim granicama. Za procenat škarta podeljen je u 26 grupa, gde prvih 16 grupa sa AQL 0.10 do 10%. Za prijem po defektima za 100 jedinica proizvoda postoji dodatnih 10 AQL grupa do 1000 defekata za 100 jedinica.

Početna odluka kod primene ovih standarda je odluka o nivou kontrolisanja, koji daje odnos između veličine skupine i uzorka. Nivoi kontrole su: normalni, redukovani i pooštreni.

Sa normalnim nivoom, kad ne pozajmimo proizvodjača, se počinje i koristi se sve dok isporučilac šalje serije sa dogovorenim AQL kvalitetom ili boljim. Ukoliko se kvalitet pogorša, prelazi se na pooštrenu kontrolu, koja daje strmiju OC-krivu, a samim tim i sve veći broj odbijenih loših serija. Ako, međutim, proizvodjač daje kvalitet koji odgovara, dogovorenom AQL ili bolji, koriste se planovi za redukovani kontrolu. Ovo je korist i za proizvodjača i za potrošača. Prvi ima manji rizik α , jer je OC-kriva blaža, a drugi ima manje troškove kontrole.

4. PLANOVNI PRIJEMA

MIL-STD-105D je razvio jednostrukе, dvostrukе i višestruke planove prijema. Pošto možemo izabrati bilo koji od ova tri tipa plana, standard ne daje odmah veličinu uzorka, već slovnu oznaku za veličinu uzorka, koji zajedno sa izabranim tipom plana daje potrebne veličine.

Korišćenje MIL-STD-105D standarda vrši se korak po korak i to:

- Odlučivanje o AQL
- Odlučivanje o nivou kontrole
- Određivanje veličine skupine
- Pronalaženje slovne oznake za veličinu uzorka u tabeli
- Odluka o tipu plana (jednostruki, dvostruki ili višestruki)
 - Iz odgovarajućeg plana izvaditi potrebne veličine (n , Ac -broj loših jedinica kada se serija prihvata, $R_e \Rightarrow$ broj loših kad se serija odbija)
- Ako je potrebno izvaditi iz istog plana veličine za pooštrenu ili redukovani kontrolu.

4. PLANOVI PRIJEMA

4.5. PLANOVI PRIJEMA ZA NUMERIČKE KARAKTERISTIKE KVALITETA

4.5.2. OPŠTE NAPOMENE

Razvijeni planovi prijema za slučaj da su karakteristike planova merene vrednosti koje slede normalnu distribuciju, baziraju se na srednjoj vrednosti uzorka ili na vrednosti i standardnoj devijaciji uzorka σ . Ovi planovi imaju čitav niz prednosti i mana.

Prednosti ovih planova bili bi:

- Manji uzorak nego kod planova sa atributivnim karakteristikama
- Veći obim informacija se dobija iz izmerene karakteristike, nego što je to slučaj kod atributa.

4. PLANOVI PRIJEMA

Mane planove su:

- Za svaku karakteristiku kvaliteta moramo koristiti poseban plan prijema, dok kod atributivne karakteristike kvaliteta imamo samo jedan korišćen plan.
- Kontrolna operacija je skuplja, jer su komplikovaniji uredjaji za merenje numeričke karakteristike kvaliteta. S obzirom da je uzorak manji, cena kontrole može biti ili veća ili manja od troškova kod kontrolisanja atributivne karakteristike kvaliteta.
- Ako proces ili skupina sa merenim veličinama ne prati normalnu distribuciju, greška pri odlučivanju o prihvatanju ili odbijanju serije može biti znatna, posebno ako je odstupanje od normalnosti veliko, a uzorak mali.

Ovi planovi su napravljeni tako da nalaze način kako da predju od srednje vrednosti i standardne devijacije na proporciju loših. Pri tome imamo planove gde je: (1) standardna devijacija poznata i (2) standardna devijacija nepoznata.

4. PLANOVI PRIJEMA

Planovi su radjeni posebno za jednu granicu tolerancije (češće donju - L), a posebno za obe granice tolerancije (donja L i gornja - U) za razmatranu karakteristiku kvaliteta, odnosno mogu biti jednostrani ili dvostrani.

Najveći broj procesa u industriji podleže normalnoj distribuciji i pri tome je standardna devijacija poznata.

Prema razvijenom planu prijema za numeričke karakteristike kvaliteta MIL-STD 414 predviđena su dva metoda za definisanje kriterijuma prihvatanja, odnosno odbijanja serije.

"Forma 1" ili k-metod, za slučaj kada imamo samo donju granicu tolerancije razmatrane numeričke karakteristike kvaliteta (L), zasniva se na sledećem.

Izračunava se vrednost $t_L = (\bar{x} - L)/\sigma$ i na način kako je ranije prikazano iznalaži proporcija loših procesa ili skupine preko površine ispod normalne krive koja pripada veličini t_L .

4. PLANOVI PRIJEMA

Možemo iz uzorka n, međutim, izračunati vrednost t_L ili $Q_L = t_L \sqrt{n/n-1}$, pa označimo li neku kritičnu vrednost sa k, tada će za $t_L \geq k$, serija biti prihvaćena, a ako je $t_L < k$ odbijena.

"Forma 2" ili M-metod, bazira se takođe na izračunavanju t_L i proceni proporcije loših (p), koja ne sme da predje neku maksimalnu kritičnu vrednost M, jer se inače serija odbija. Za slučaj da je $p < M$, serija se prihvata.

4. PLANOVI PRIJEMA

4.5.2. JEDNOSTRANI PLANOVI PRIJEMA ZA DEFINISANE VREDNOSTI p_1, p_2, α, β , STANDARDNA DEVIJACIJA POZNATA

Struktura plana se bazira na veličini uzorka n i koeficijenta k .

Ako obeležimo sa \bar{x}' - procenjenu srednju vrednost; \bar{x} - dobijenu srednju vrednost iz uzorka a sa σ_0 procenjenu standardnu devijaciju, tada ćemo imati za usvojenu "Formu 1" da je:

$$\frac{\bar{x} - L}{\sigma_0} \geq k \text{ - serija se prihvata}$$

Ako dodamo i oduzmemos vrednost \bar{x}' / σ_0 biće:

$$\frac{\bar{x} - x'}{\sigma'_0} + \frac{\bar{x}' - L}{\sigma'_0} \geq k$$

4. PLANOVI PRIJEMA

Množeći obe strane sa \sqrt{n} , dobićemo izraz:

$$\frac{\bar{x} - \bar{x}'}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \geq (k - \frac{\bar{x}' - L}{\sigma'_0}) \sqrt{n}$$

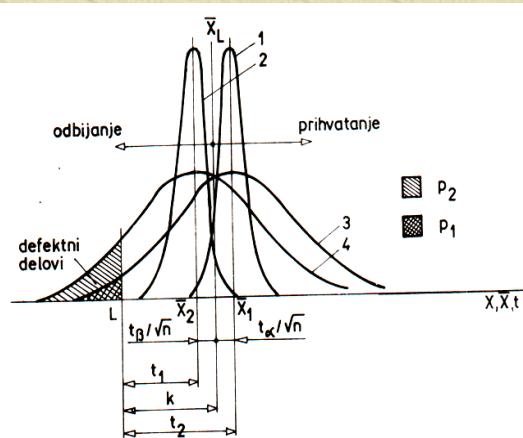
Pošto je: $(\bar{x} - L) / \sigma'_0 = t_1$, a $(\bar{x}_2 - L) / \sigma'_0 = t_2$ videćemo da ćemo zadovoljiti kriterijume plana, ako su odnosi za n i k dati izrazima:

Verovatnoća $\left[\frac{\bar{x} - \bar{x}'}{\sigma'_0 / \sqrt{n}} \geq (k - z_1) \sqrt{n} \right] = 1 - \alpha$

Verovatnoća $\left[\frac{\bar{x} - \bar{x}'}{\sigma'_0 / \sqrt{n}} \geq (k - z_2) \sqrt{n} \right] = \beta$

4. PLANOVI PRIJEMA

Ako nacrtamo normalne krive za srednje vrednosti uzoraka, za veličinu uzorka n , (krive (1) i (2)) i normalne krive za izmerene vrednosti elemenata skupine, (krive (3) i (4)), imaćemo odnose kako je to prikazano na slici. Naime, ako imamo, recimo 10 uzoraka od po 10 komada i izračunamo srednju vrednost (\bar{x}'_1 , odnosno \bar{x}'_2) i standardnu devijaciju (krive 1 i 2), a zatim odredimo isto i za svih 10 izmerenih vrednosti (krive 3 i 4), videćemo da je srednja vrednost ista, ali su standardne devijacije različite. Standardna devijacija srednjih vrednosti uzoraka jednaka je, ustvari, standardnoj devijaciji skupa merenih vrednosti svih elemenata, podeljen sa \sqrt{n} .



4. PLANOVI PRIJEMA

Pošto smo oduzeli vrednost \bar{x}'/σ , dobili smo ustvari normalizovanu Gauss-ovu distribuciju sa parametrima: nulta srednja vrednost i jedinična standardna devijacija [$N(0,1)$].

Tada imamo da je:

$$(k - t_1)\sqrt{n} = t_{1-\alpha} = -t_\alpha$$

$$(k - t_2)\sqrt{n} = t_\beta$$

gde je:

$t_{1-\alpha} = -t_\alpha$ za slučaj da je $t_{1-\alpha} = 1-\alpha$

odnosno:

$$k = t_1 - \frac{t_\alpha}{\sqrt{n}} \quad k = t_2 + \frac{t_\beta}{\sqrt{n}}$$

4. PLANOVI PRIJEMA

Veličinu uzorka dobijamo sada, iz relacije:

$$n = \left(\frac{t_\alpha + t_\beta}{t_1 + t_2} \right)^2$$

Za "Formu 2" imamo nešto drugačiji proračun. Prvo se uzima uzorak (n) i izračuna količina Q_L , kao varijabla:

$$Q_L = t_L \sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{\bar{x} - L}{\sigma'} \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

i odredi se površina koja predstavlja vrednost \hat{P}_L .

4. PLANOVI PRIJEMA

Veličina M je tada proporcija površine ispod normalne krive izvan $k \cdot \sqrt{n} / n - 1$. Ukoliko je sada $\hat{P}_L \leq M$ serija se prima, ako je $\hat{P}_L > M$, serija se odbija.

Ako je data gornja granica tolerancije (U) obe procedure su iste, s tim da je sada $t = (U - \bar{x}') / \sigma'_0$

OC-kriva za ovu vrstu planova je ista za obe procedure i za obe definisane granice tolerancije, donju ili gornju. Međutim, lakše je određivanje operativne krive za "Formu 1".

Ako je t_p pozitivna vrednost parametra, koji odgovara nekoj proporciji loših p, tada će procenjena srednja vrednost za isto p biti:

$$\bar{x}'_p = L + t_p (\sigma_0)$$

odnosno:

Verovatnoća $\left(\frac{\bar{x} - \bar{x}'_p}{\sigma'_0 / \sqrt{n}} \geq (k - t_p) \sqrt{n} \right)$

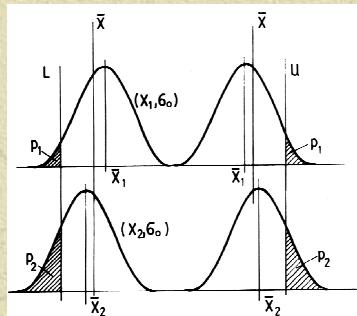
4. PLANOVI PRIJEMA

Sada imamo da $\frac{\bar{x} - \bar{x}_p}{\sigma'_0 / \sqrt{n}}$ podleže normalizovanoj distribuciji $N[0,1]$ sa nultim \bar{x} i jediničnom standardnom devijacijom, pa verovatnoća i da je parametar t izvan vrednosti $t_A = (k - t_p) \sqrt{n}$. Na taj način možemo odrediti verovatnoću prihvatanja P_a , za bilo koju vrednost proporcije loših (p), odnosno dobiti tačke OC-krive.

4. PLANOVI PRIJEMA

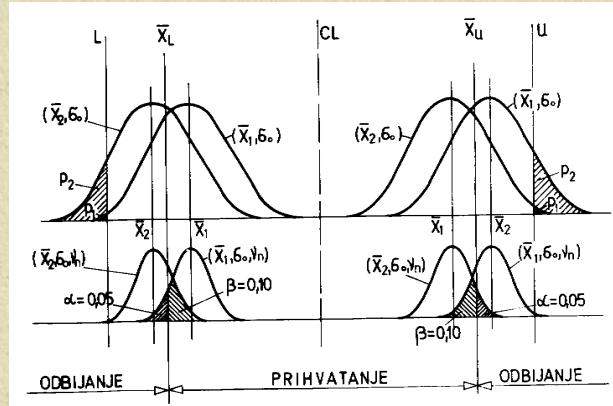
4.5.3. DVOSTRANI PLAN PRIJEMA ZA DEFINISANE VREDNOSTI p_1 , p_2 , α , β . STANDARDNA DEVIJACIJA POZNATA

Kod ovih planova imamo obe granice, donju (L) i gornju (U). Procenjena srednja vrednost \bar{x} može biti locirana centrično ili ekscentrično. Za slučaj centrično postavljene vrednosti x , može se desiti sa dozvoljena proporcija loših bude manja ili veća od površine ispod normalne krive koja se nalazi izvan $t = \pm(U-L)/2\sigma_0$, odnosno, zavisi od standardne devijacije σ_0 . Za slučaj da je \bar{x} predstavljeno ekscentrično, tada njegov položaj u odnosu na (L) ili (U) daje proporciju loših (slika).



4. PLANOVI PRIJEMA

Plan prihvatanja/odbijanja prikazan je grafički na slici za uobičajeni rizik proizvođača $\alpha=0,05$ i rizik kupca $\beta=0,10$.



Ostala procedura i način izračunavanja n , k , M je ista kao i kod predhodnog slučaja. Prihvatanje je u slučaju da je $(\bar{x} - L)/\sigma_0 \geq k$ i $(U - \bar{x})/\sigma_0 > k$. U ostalim slučajevima serija se odbija.

4. PLANOVI PRIJEMA

4.5.4. JEDNOSTRANI PLAN PRIJEMA ZA DEFINISANE VREDNOSTI p_1, p_2, α, β . STANDARDNA DEVIJACIJA NEPOZNATA

Često se u industrijskoj praksi dešava da standardna vrednost σ_0 nije poznata. Tada se pristupa određivanju uzorka n i izračunavaju vrednosti \bar{x} i S , tako da se ovi planovi baziraju na statističkim ocenama nepoznatih statističkih mera serije \bar{x} i σ_0 , s tim da su rizici proizvođača i potrošača definisani.

Tada imamo:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} \quad t_L = \frac{\bar{x} - L}{S}$$

i za slučaj da je $t_L \geq k$ serija se prima, ako je $t_L < k$ serija se odbija.

U slučaju da je definisana gornja granica tolerancije imaćemo:

$$\frac{U - \bar{x}}{S} = t_u \quad \text{i} \quad t_u > k \quad \text{- prijem, a} \quad t_u < k \quad \text{- odbacivanje}$$

4. PLANOVI PRIJEMA

Odnosi za prihvatanje/odbijanje vrede pod uslovom da $\bar{x} \pm kS$ približno slede normalnu distribuciju čije su karakteristike za srednju vrednost ravne $\bar{x}' \pm k\sigma_0$, a za standardnu devijaciju približno $\sigma_0 \sqrt{1/n + k^2/2n}$.

U slučaju da je definisana donja granica tolerancije, verovatnoća prihvatanja predstavlja verovatnoću da je $(\bar{x} - L)/S \geq k$, odnosno $(\bar{x} - S_k) \geq L$. Ako dodamo obema stranama vrednost $\bar{x}' - k\sigma_0$ i podelimo sa $\sigma_0 \sqrt{1/n + k^2/2n}$ imaćemo nejednakost:

$$\frac{(\bar{x} - kS) - (\bar{x}' - k\sigma_0)}{\sigma_0 \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2n}}} > \frac{L - (\bar{x}' - k\sigma_0)}{\sigma_0 \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2n}}} = \frac{\frac{L - \bar{x}'}{\sigma_0} + k}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2n}}}$$

4. PLANOVI PRIJEMA

Pošto je $(\bar{x}' - L)/\sigma_0 = t_1$ za slučaj kada su \bar{x}' i σ_0 takvi da postižemo proporciju loših p_1 , a $(\bar{x}' - L)/\sigma_0 = t_2$ kada položaj \bar{x}' i veličina σ_0 daju proporciju loših p_2 , tada za vrednost p_1 koja zadovoljava uslov α i p_2 koja zadovoljava rizik β imamo:

$$\frac{-t_1 + k}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2n}}} = t_\alpha \quad \frac{-t_2 + k}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2n}}} = t_\beta$$

Sada se parametar k i veličina uzorka (n) mogu odrediti iz odnosa:

$$k = \frac{t_\alpha t_2 + t_\beta t_1}{t_\alpha + t_\beta}$$

$$n = \left(1 + \frac{k^2}{2}\right) \left(\frac{t_\alpha + t_\beta}{t_1 - t_2}\right)^2$$

Ako dobijemo za (n) vrednost koja nije ceo broj, usvaja se prvi veći ceo broj.

4. PLANOVNI PRIJEMA

OC-kriva se konstruiše na osnovu sledećih jednačina:

$$t_A = \frac{k - t_p}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2n}}}$$

gde je: $t_p = (\bar{x}' - L) / \sigma_0$ sada standardizovana slučajno promenjiva, odnosno t_p se može odrediti iz odnosa:

$$t_p = k - t_A \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2n}}$$

4. PLANOVNI PRIJEMA

4.5.5. DVOSTRANI PLAN PRIJEMA ZA DEFINISANE VREDNOSTI p_1 , p_2 , α , β . STANDARDNA DEVIJACIJA NEPOZNATA

Ovo je komplikovaniji slučaj od planova sa poznatom standardnom devijacijom. Uslov za prihvatanje serije na osnovu merenja uzorka biće za:

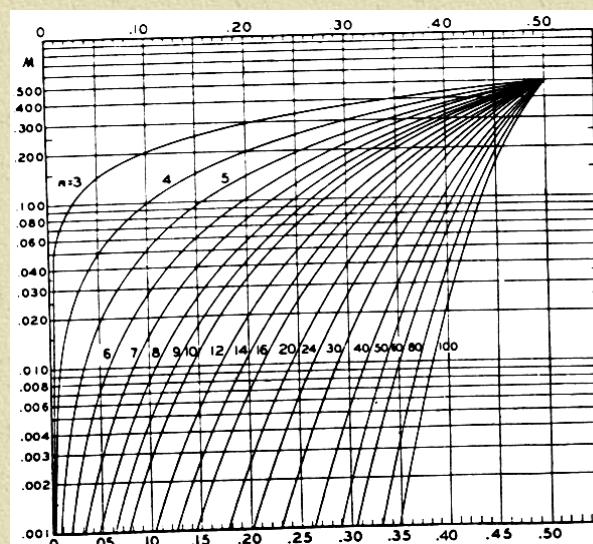
$$\frac{\bar{x} - L}{S} \geq k \quad \frac{U - L}{S} \geq k \quad S \leq MSD$$

MSD- maksimalna standardna devijacija, računa se tako da proporcija loših za tu vrednost ne prelazi granicu p_1 . U tom slučaju nalazimo odgovarajući parametar za datu proporciju loših $p_1/2$ (simetrično rasporedjen škart sa obe strane) i deleći vrednost $(U-L)/2$ sa tim parametrom, dobijamo maksimalnu vrednost standardne devijacije.

Određivanje plana prijema prema "Formi 1" izvodi se tako što se vrednost M odredi kao kod jednostrukog plana za neku odgovarajuću vrednost k i n (slika na sledećem slajdu). Ovu vrednost podeliti sa 2 i iz nomograma sa slike 4.24. ponovo odrediti k, koje će se obeležiti sa k^* , a koji predstavlja parametar dvostranog plana. Sada je:

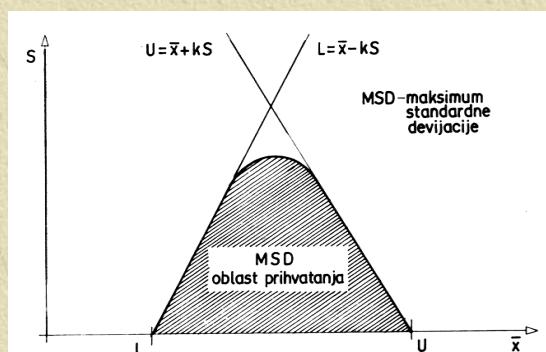
4. PLANOVI PRIJEMA

$$MSD = (U - L) / 2k^*$$



4. PLANOVI PRIJEMA

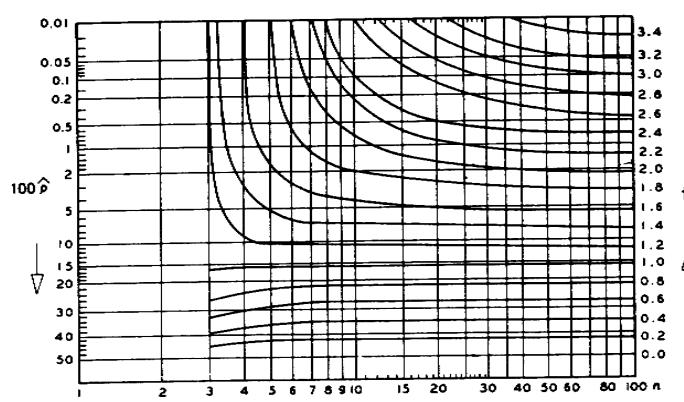
Grafički prikaz ove procedure dat je na slici :



"Forma 2" se sastoji u tome da se prvo odrede \hat{p}_L i \hat{p}_U iz nomograma sa sledeće slike za određeno t (odnosno t_L i t_U) gde je:

$$t_L = \frac{\bar{x} - L}{S} \quad t_U = \frac{U - \bar{x}}{S}$$

4. PLANOVI PRIJEMA



Sada se izračuna suma ovih vrednosti, pa ako je $\hat{p}_U + \hat{p}_L \leq M$ serija se prihvata, u protivnom se odbacuje. Ovde je vrednost M računata kao i kod jednostrukih planova.

Operativna karakteristična kriva (OC) je ista kao i kod jednostrukih planova, za isto p_1, p_2, α, β .